Toets 1, Lineaire Algebra, vrijdag 26 november 2004

De toets bestaat uit 4 vraagstukkken. U krijgt 60 minuten om deze vraagstukken te beantwoorden.

1. Stel dat $\mathcal{V}$ een vectorruimte is over $\mathbb{R}$, en laat $\mathcal{W}$ een deelverzameling van $\mathcal{V}$ zijn. Schrijf de drie voorwaarden op om te testen of $\mathcal{W}$ een deelruimte is van $\mathcal{V}$.

2. Stel dat $\mathcal{V}$ een vectorruimte is over $\mathbb{R}$. Laat $\mathcal{W}_1$ en $\mathcal{W}_2$ deelruimten zijn van $\mathcal{V}$. Toon aan dat de doorsnede $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2$ een deelruimte van $\mathcal{V}$ is.

3. Laat zien dat de vectorruimte $P_2(\mathbb{R})$ van polynomen met graad hoogstens 2 wordt gegenereerd door de deelverzameling $\{x^2 + x, x^2 + 1, x + 1\}$.

4. Stel dat $\mathcal{V}$ een vectorruimte is over $\mathbb{R}$. Stel dat $\mathcal{S}$ een deelverzameling van $\mathcal{V}$ is. Bewijs dat span$(\mathcal{S})$ een deelruimte is van $\mathcal{V}$.